Statikklasse

Mathematik für Baumeister

Theorie und Hintergrund

Theorieskriptum

Stand: 07.06.2024

Erdem

statikklasse.at

Vorwort

Hallo und herzlich willkommen zu **Mathematik für Baumeister**

Es freut uns sehr, mit diesem Skriptum allen Anwärterinnen und Anwärtern auf dem Weg zur Befähigungsprüfung ein Werk mitzugeben, auf das sie sich jederzeit verlassen können und bei Fragen schnell nachschlagen können.

Wir haben uns Mühe gegeben, das Themenfeld für die Mathematikprüfung umfassend und didaktisch nachhaltig aufzubereiten, damit der Lernprozess exponentiell beschleunigt wird. Jedoch haben wir mit Absicht Abstand davon genommen, nicht mehr als das Notwendigste ins Skriptum aufzunehmen.

Trotz größter Sorgfalt bei der Erstellung dieses Skriptums kann nicht ausgeschlossen werden, dass sich Fehler eingeschlichen haben. Auch kann keine Gewähr für Vollständigkeit gegeben werden, die unter anderem bei der Befähigungsprüfung zum Baumeister abverlangt werden könnte. Daher kann insgesamt keine Haftung für dieses Skriptum übernommen werden.

Anregungen und Verbesserungsvorschläge sind gern willkommen und an office@statikklasse.at zu richten. Mögliche Verletzung von Urheberrechten ersuchen wir uns per E-Mail mitzuteilen.

Für topaktuelle Infos: Jetzt auf instagram folgen!

statikklasse.at

Ihr
Enhar Erdem

LEHRGANGSLEITER
DOZENT FÜR STATIK UND KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU

Inhalt

1 Grundrechnungsarten

1.1 Klammerrechnungen

Wie löse ich eine Klammerrechnung auf?

	Klammerrechnungen
Ergebnis	① ② ③ Klammer $\Longrightarrow$ Punkt $\Longrightarrow$ Strich Zuerst kommen die Klammerrechnungen. Dann werden Punktrechnungen berechnet. Abschließend kommen Strichrechnungen an die Reihe.
Ergebnis	{… […(…) …] …} runde Klammer $\Longrightarrow$ eckige Klammer $\Longrightarrow$ geschwungene Klammer Es werden zuerst runde Klammern aufgelöst, gefolgt von eckigen und abschließend geschwungenen Klammern. Klammern überspringen ist größte Fehlerquelle.

Auf die Frage nach dem Vorzeichen bei Strichrechnungen (Multiplikation, Division)

	Produkt	Quotient
Ergebnis	$(+)\cdot(+)=(+)$	$\frac{(+)}{(+)}=(+)$
	$(-)\cdot(-)=(+)$	$\frac{(-)}{(-)}=(+)$
	$(+)\cdot(-)=(-)$	$\frac{(+)}{(-)}=(-)$
	$(-)\cdot(+)=(-)$	$\frac{(-)}{(+)}=(-)$

Bei Punktrechnungen liefern gleiche Vorzeichen stets positives Ergebnis, ungleiche negatives Ergebnis.

1.2 Brüche

Strichrechnungen	Punktrechnungen	(un-)gemischte Brüche
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$a\frac{b}{c}=\frac{ac+b}{c}$
$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$	$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$	$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}$

2 Potenzen

	Potenzregeln $a \in \mathbb{R}$ $m, n \in \mathbb{N}$
$a \neq 0$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
$a \neq 0$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$a \neq 0$	$a^0 = 1$
$a \neq 0$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

	$n \in \mathbb{N}^g$	$n \in \mathbb{N}^u$
	$(-a)^n = a^n$	$(-a)^n = -(a^n)$

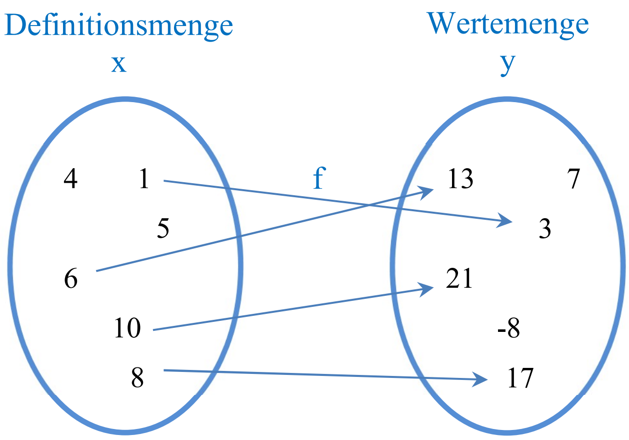
	Binomische Formel zweiten Grades	Binomische Formel dritten Grades
erste	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
zweite	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
dritte	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	

Faktoren für Binomische Formel können durch Entwicklung nach dem Pascal'schen Dreieck (Summe der beiden darüberliegenden Faktoren) berechnet werden.

z.B. für zweiten Grades $(a+b)^2 = \mathbf{1}a^2 + \mathbf{2}ab + \mathbf{1}b^2$

	Koeffizienten der binomischen Formel	
	1	1. Grades
	1 2 1	2. Grades
	1 3 3 1	3. Grades
	1 4 6 4 1	4. Grades
	1 5 10 10 5 1	5. Grades
	…	…

3 Funktionen

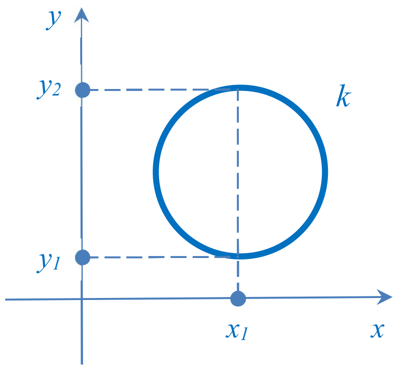


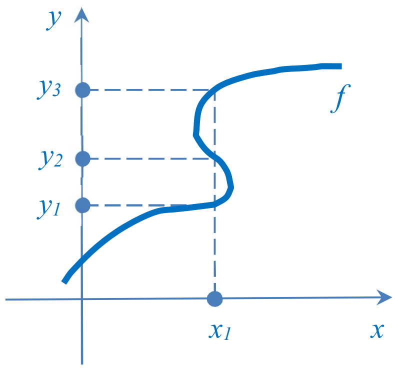
Funktionen bestehen aus der Definitionsmenge und der Wertemenge. Jedem x-Wert ist ein klar definierter y-Wert zugeschrieben. In unserem Fall ist die Definitionsmenge mit der Wertemenge über die Funktion $y = 2x + 1$ eindeutig bestimmt.

AUSNAHMEN

Der folgende Kreis hat an der Stelle x_1 zwei y-Werte mit y_1 und y_2. Daher ist das nicht als Funktion zu sehen.

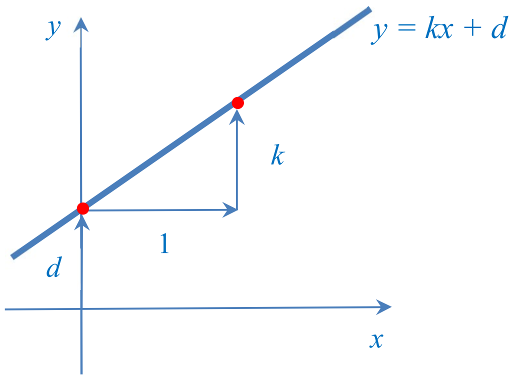
Auch die Funktion rechts hat an der Stelle x_1 mehrere y-Werte mit y_1, y_2 und y_3. Insgesamt ist sie somit keine Funktion.





3.1 Lineare Funktionen

Diese Art von Funktion kommt am meisten vor und beschreibt im Grunde genommen eine direkte Proportionalität mit dem Faktor k. Die Zeichnung der Funktion ist besonders einfach, da nur zwei (rot markierte) Punkte notwendig sind, die man später verbindet.

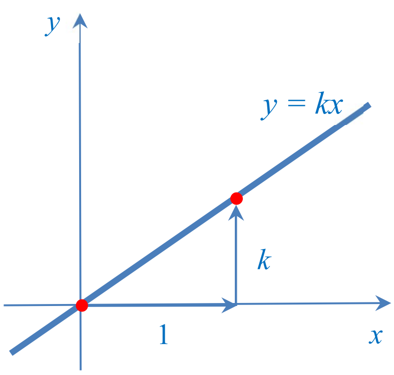


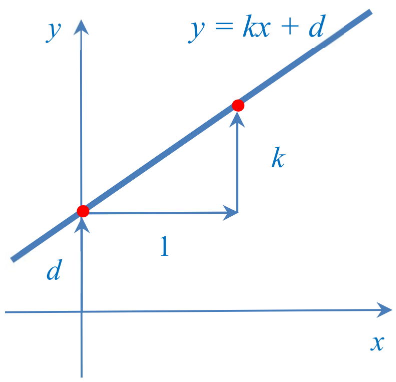
Steigung	Gerade
$k > 0$	steigt
$k = 0$	verläuft horizontal
$k < 0$	fällt

Achsen-abschnitt	Gerade
$d > 0$	schneidet positive y-Achse
$d = 0$	geht durch Ursprung
$d < 0$	schneidet negative y-Achse

Verschiebung auf der y-Achse

Der Achsenabschnitt d bewirkt eine Verschiebung der Gerade auf der y-Achse.





homogene lineare Funktion $d = 0$

inhomogene lineare Funktion $d \neq 0$

Nullstelle

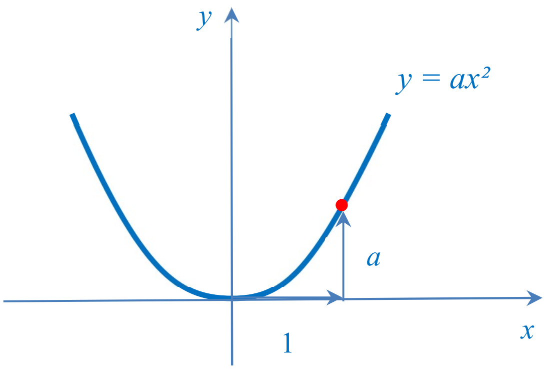
Als Nullstelle wird jene Stelle bezeichnet, wo die Funktion die Achse schneidet. Meistens wird der Schnittpunkt der Funktion mit der x-Achse berechnet.

Die Berechnung der Nullstelle erfolgt über die folgende Bedingung: $y = 0$

In der Funktion wird statt y null eingesetzt und nach x aufgelöst.

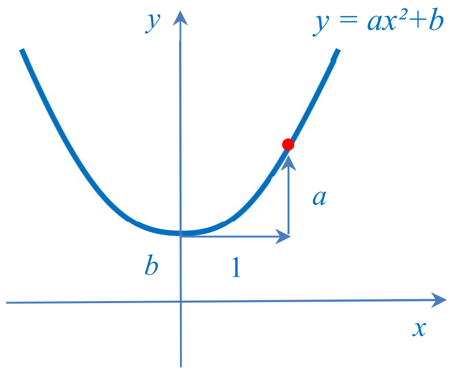
3.2 Quadratische Funktionen

Diese Funktionen kommen bei physikalischen Vorgängen sehr oft vor, z.B. Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

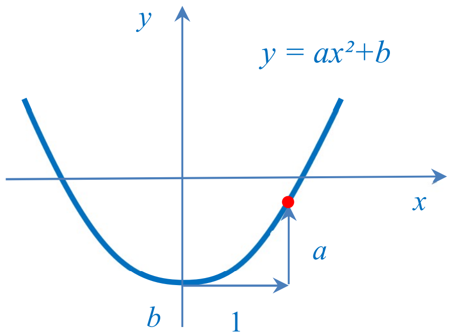


Faktor	Parabelöffnung
$a > 1$	schmal
$0 < a < 1$	weit
$a < 0$	nach unten
$a > 0$	nach oben

Verschiebung auf der y-Achse



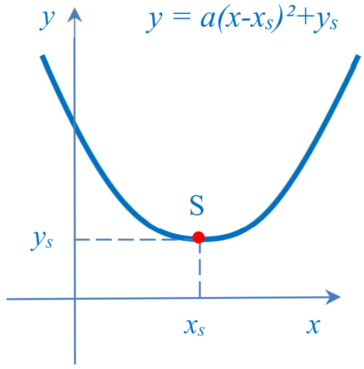
Parabelverschiebung nach oben $b > 0$



Parabelverschiebung nach unten $b < 0$

Verschiebung in beide Achsen

Der Scheitelpunkt S liegt auf keiner Achse und kann über die sogenannten Scheitelpunktform dazu verhelfen, die Funktion der Parabel zu ermitteln.



Ansatzfunktionen

Zur Berechnung der quadratischen Funktion können verschiedene Ansatzfunktionen herangezogen werden. Hierbei ist die Kenntnis der Lage des Koordinatenursprungs von Bedeutung.

Liegt der Scheitelpunkt frei auf, also auf keiner Achse, kann aus der allgemeinen Form

$$y = ax^2 + bx + c$$

die Scheitelpunktform für die Ansatzfunktion gewonnen werden

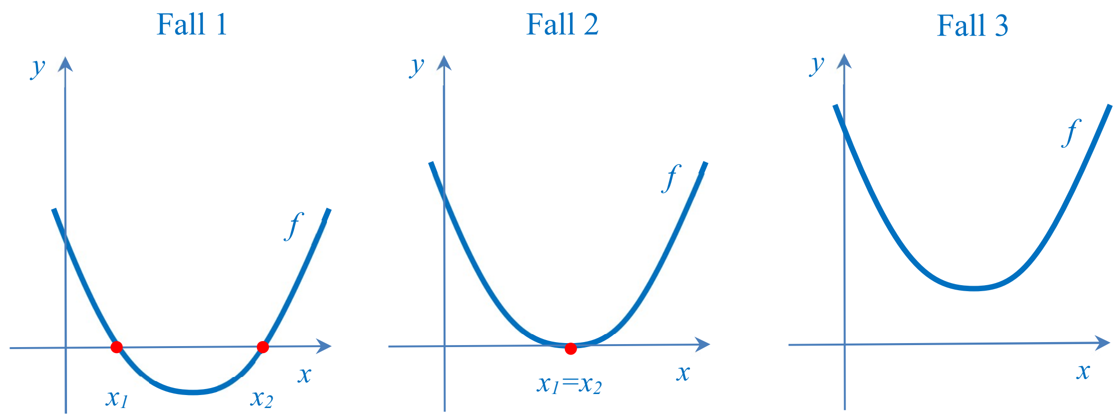
$$y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

Scheitelpunkt liegt	Ansatzfunktion	Scheitelpunkt	Berechnung
im Koordinatenursprung	$y = ax^2$	$S = (0\|0)$	$P = (x\|y)$ wählen, Funktion nach a umformen
auf x-Achse	$y = a(x - x_s)^2$	$S = (x_s\|0)$	$P = (x\|y)$ wählen, Scheitelpunkt $S = (x_s\|0)$ einsetzen, Funktion nach a umformen
auf y-Achse	$y = ax^2 + y_s$	$S = (0\|y_s)$	$P = (x\|y)$ wählen, Scheitelpunkt $S = (0\|y_s)$ einsetzen, Funktion nach a umformen
frei auf	$y = a(x - x_s)^2 + y_s$	$S = (x_s\|y_s)$	$P = (x\|y)$ wählen, Scheitelpunkt $S = (x_s\|y_s)$ einsetzen, Funktion nach a umformen

4 Gleichungen

4.1 Quadratische Gleichungen

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$



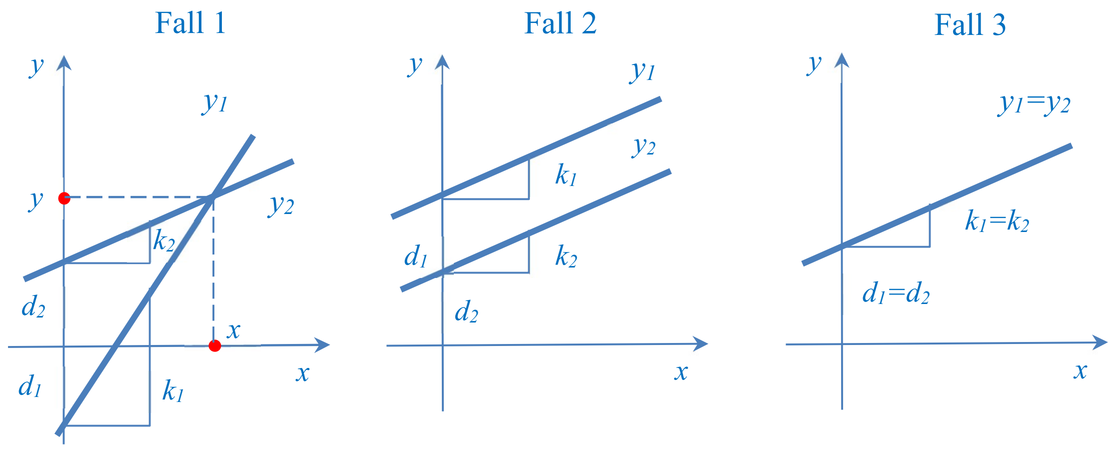
	Fall 1	Fall 2	Fall 3
Diskriminante D	$D = b^2 - 4ac$	$D = b^2 - 4ac$	$D = b^2 - 4ac$
Größe der Diskriminante	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Lösungsmenge	zwei reelle Lösungen	eine reelle Doppellösung	keine reelle Lösung möglich, nur komplex möglich

Berechnung der Nullstellen

	große	kleine
Gleichung	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$
Lösungsformel	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{p}{2}\right]^2 - q}$
Diskriminante D (Wurzelinhalt)	$b^2 - 4ac$	$\left[\frac{p}{2}\right]^2 - q$

4.2 Lineare Gleichungssysteme

$$y = kx + d$$



	Fall 1	Fall 2	Fall 3
Steigung k	$k_1 \neq k_2$	$k_1 = k_2$	$k_1 = k_2$
Achsenabschnitt d	unbedeutend	$d_1 \neq d_2$	$d_1 = d_2$
Schnittpunkte	ein Schnittpunkt	kein Schnittpunkt	unendlich viele Schnittpunkte
Lösungsmenge	$L = \{x; y\}$	$L = \{\}$	$L = \{\infty\}$

Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

	Einsetzungsverfahren	Gleichsetzungsverfahren	Eliminationsverfahren
Beispiel	i) $3x - 2y = -1$ ii) $y = 8 - 6x$	i) $2x = -4y + 16$ ii) $2x = -6y + 22$	i) $6x + 2y = 26$ ii) $3x - 2y = 1$
Lösung	ii) in i) einsetzen, später nach x auflösen	i) = ii) anschreiben, später nach x auflösen	i) mit ii) addieren, später nach x auflösen
Lösungs-menge	$L = \{1; 2\}$	$L = \{2; 3\}$	$L = \{3; 4\}$

Alternativ dazu gibt es auch das Verfahren nach Gauß (Gauß'sches Eliminationsverfahren); sinnvoll für Gleichungssysteme ab 3x3.

	Determinante 2x2 Matrix (nach Cramer) *„Hauptdiagonale minus Nebendiagonale“*
Beispiel	i) $3x - 6y = 6$ ii) $2x + 8 = 16$
Ansatz	i) $ax + by = c$ ii) $dx + ey = f$
Determinante	$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd = 3 * 8 - (-6) * 2 = 36$ $\det(x) = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ce - bf = 6 * 8 - (-6) * 16 = 144$ $\det(y) = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd = 3 * 16 - 6 * 2 = 36$ HINWEIS Ist $\det(A)$ null, besitzt das lineare Gleichungssystem keinen Schnittpunkt
Lösung	$x = \frac{\det x}{\det A} = \frac{144}{36} = 4$ $y = \frac{\det y}{\det A} = \frac{36}{36} = 1$
Lösungs- menge	$L = \{x; y\} = \{4; 1\}$

	Determinante 3x3 Matrix (nach Cramer) „*Hauptdiagonale minus Nebendiagonale*“
Beispiel	i) $2x - 5y + z = 1$ ii) $3x - 7y - 8z = -16$ iii) $-4x + 2y + 5z = -12$
Ansatz	i) $ax + by + cz = d$ ii) $ex + fy + gz = h$ iii) $ix + jy + kz = l$
Determinante	$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{vmatrix} = afk + bgi + cej - cfi - bek - agj$ $\det(x) = \begin{vmatrix} d & b & c \\ h & f & g \\ l & j & k \end{vmatrix} = dfk + bgl + chj - cfl - bhk - dgj$ $\det(y) = \begin{vmatrix} a & d & c \\ e & h & g \\ i & l & k \end{vmatrix} = ahk + dgi + cel - cfi - dek - agl$ $\det(z) = \begin{vmatrix} a & b & d \\ e & f & h \\ i & j & l \end{vmatrix} = afl + bhi + dej - bfi - bel - ahj$ HINWEIS Ist $\det(A)$ null, besitzt das lineare Gleichungssystem keinen Schnittpunkt
Lösung	$x = \frac{\det(x)}{\det(A)} = \frac{-1015}{-145} = 7$ $y = \frac{\det(y)}{\det(A)} = \frac{-435}{-145} = 3$ $z = \frac{\det(z)}{\det(A)} = \frac{-290}{-145} = 2$
Lösungs-menge	$L = \{x; y; z\} = \{7; 3; 2\}$

5 Prozent und Zinsrechnung

	Grundwert	Anteil	Prozentsatz
Berechnung	$G = \frac{A * 100}{p}$	$A = \frac{G * p}{100}$	$p = \frac{A * 100}{G}$

TAGES-ZINSEN	Kapital	Anteil	Zinsen*
Berechnung	$K = \frac{Z * 100 * 360}{p * t}$	$p = \frac{Z * 100 * 360}{K * t}$	$Z = \frac{K * p * t}{100 * 360}$

MONATS-ZINSEN	Kapital	Anteil	Zinsen*
Berechnung	$K = \frac{Z * 100 * 12}{p * m}$	$p = \frac{Z * 100 * 12}{K * m}$	$Z = \frac{K * p * m}{100 * 12}$

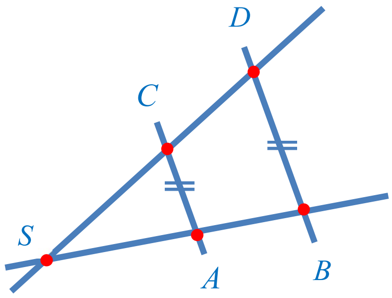
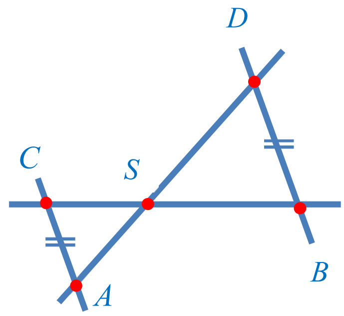
ZINSES-ZINSEN	Endkapital	Stammkapital	Zinsen
Berechnung	$K_n = K * \left[1 + \frac{p}{100}\right]^n$	$K = \frac{K_n}{\left[1 + \frac{p}{100}\right]^n}$	$p = 100 * \left[\sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} - 1\right]$

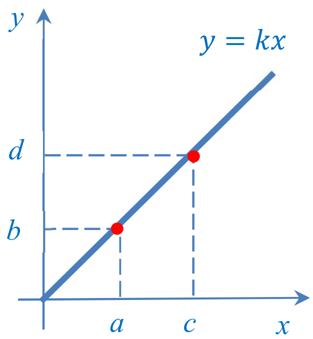
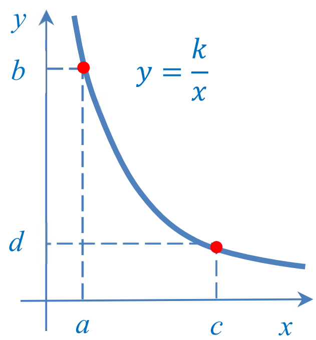
*) KESt (Kapitalertragssteuer) beträgt 25% in Österreich. In der Berechnung ist p mit 0,75fach anzusetzen, also 0,75*p.

mit Änderungs-faktor	Steigerung	Reduktion
um 4 %	$100\% + 4\% = 104\%$ $1{,}0 + 0{,}04 = 1{,}04$ $\mathbf{1{,}04 \cdot G}$	$100\% - 4\% = 96\%$ $1 - 0{,}04 = 0{,}96$ $\mathbf{0{,}96 \cdot G}$
um 73%	$100\% + 73\% = 173\%$ $1{,}0 + 0{,}73 = 1{,}73$ $\mathbf{1{,}73 \cdot G}$	$100\% - 73\% = 27\%$ $1 - 0{,}73 = 0{,}27$ $\mathbf{0{,}27 \cdot G}$

G…Grundwert

6 Verhältnisse, Proportionen, Maßstäbe

	1. Strahlensatz	2. Strahlensatz
Berechnung	 $\frac{\overline{SA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{SB}}{\overline{BD}}$ oder $\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}}$	 $\frac{\overline{CA}}{\overline{AS}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DS}}$ oder $\frac{\overline{AC}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{DS}}$

	einfache direkte Proportionalität	einfache indirekte Proportionalität
Berechnung	 Es gilt: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger. k …Proportionalitätsfaktor	 Es gilt: Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr.

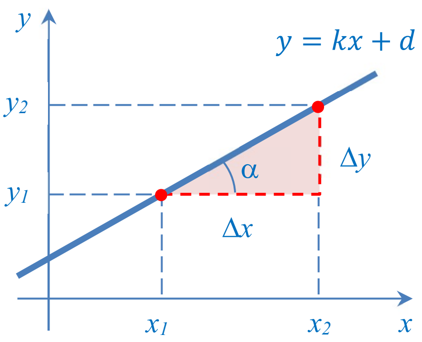
<table>
<tr><th></th><th colspan="2">verschachtelte Proportionalität</th></tr>
<tr><td>Parameter</td><td colspan="2">
Bekannte Parameter: a, b, c, d, e
Unbekannter Parameter: x

Einheiten: z.B. Stunden, km, Stück, Tage

<table>
<tr><th>Einheit 1</th><th>Einheit 2</th><th>Einheit 3</th></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr>
<tr><td>d</td><td>e</td><td>x</td></tr>
</table>
Beispiel
<table>
<tr><th>Katzen</th><th>Dosen</th><th>Tage</th></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>9</td><td>x</td></tr>
</table>
$x = 5 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{3} = 6\, Tage$
</td></tr>
<tr><th></th><th>direkte Proportionalität</th><th>indirekte Proportionalität</th></tr>
<tr><td>Faktor m</td><td>$\frac{a}{d}$</td><td>$\frac{d}{a}$</td></tr>
<tr><td>Faktor n</td><td>$\frac{b}{f}$</td><td>$\frac{f}{b}$</td></tr>
<tr><td>Berechnung</td><td colspan="2">$x = c \cdot m \cdot n$</td></tr>
</table>

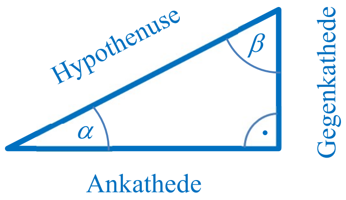
	Maßstab		
Definition	Maßstab = Planlänge : Naturlänge z.B. $M = 1{:}100$ $M = 1cm : 100cm$ 1 cm auf dem Plan (Planlänge) entspricht 100 cm in Natur (Naturlänge).		
	Planlänge P	Naturlänge N	Maßstab M
Berechnung	$P = \frac{N}{M}$	$N = P \cdot M$	$M = \frac{N}{P}$

7 Steigung

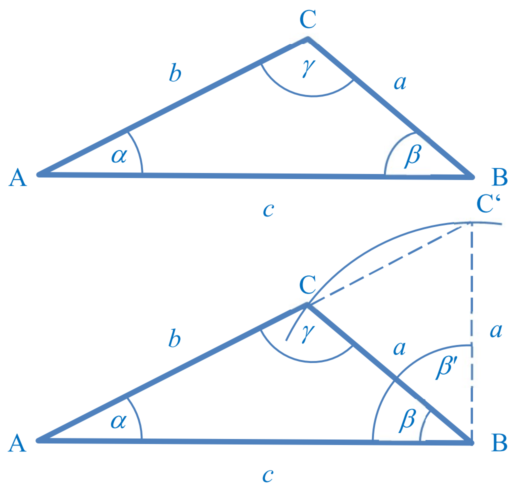
	Steigungsdreieck
Skizze	
Definition	Im Steigungsdreieck ist k das Verhältnis der (Höhen)-differenz zur Differenz der Horizontalentfernung
Berechnung	$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ bzw. $k = \tan \alpha$

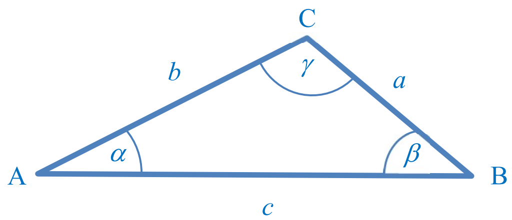
	Steigung k	prozentuelle Steigung q	Neigungswinkel α
Berechnung	$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	$q = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot 100[\%]$	$\alpha = \arctan k$

8 Winkelfunktionen

<table>
<tr><th>Rechtwinkeliges Dreieck</th><th>Beziehung</th><th>Winkel</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$\sin\alpha = \frac{GK}{HYP}$
$\cos\alpha = \frac{AK}{HYP}$
$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

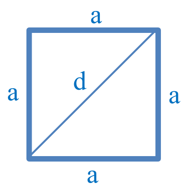
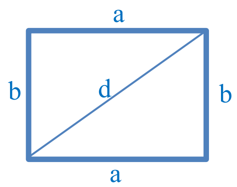
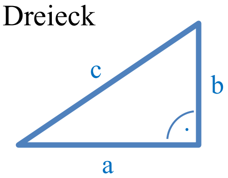
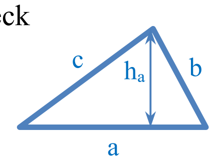
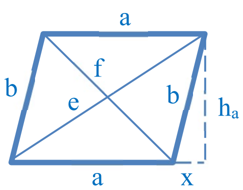
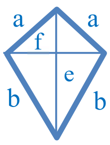
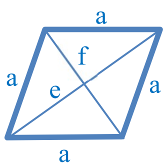
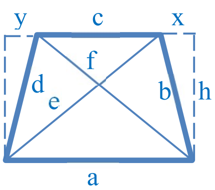
$\alpha + \beta = 90°$</td><td>$\alpha = \arcsin\frac{GK}{HYP}$
$\alpha = \arccos\frac{AK}{HYP}$
$\alpha = \arctan\frac{GK}{AK}$</td></tr>
</table>

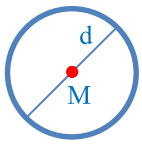
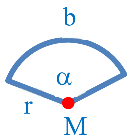
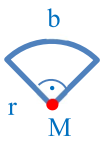
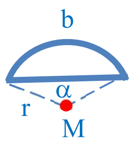
<table>
<tr><th>Allgemeines Dreieck</th><th>Sinussatz</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$
Spezialfall:
$$zwei\ Lösungen\ bei \begin{cases} b < c \\ 90 < \gamma \end{cases}$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Allgemeines Dreieck</th><th>Cosinussatz</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos\alpha$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos\beta$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos\gamma$

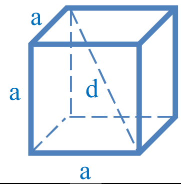
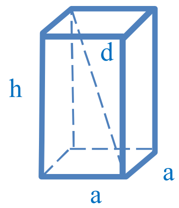
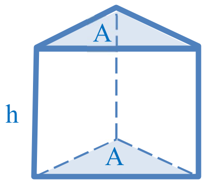
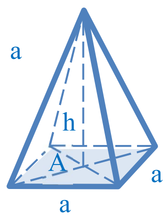
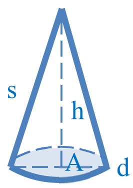
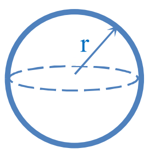
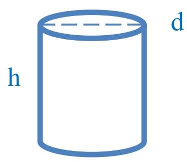
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$</td></tr>
</table>

9 Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren

	Fläche & Umfang	Diagonalen
Quadrat 	$A = a^2$ $U = 4a$	$d = 2\sqrt{a}$
Rechteck 	$A = ab$ $U = 2(a + b)$	$d = 2\sqrt{a^2 + b^2}$
Rechtwinkeliges Dreieck 	$A = \frac{ab}{2}$ $U = a + b + d$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
Allgemeines Dreieck 	$A = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}$ $U = a + b + c$	
Parallelogramm 	$A = ah_a = bh_b$ $U = 2(a + b)$	$e = \sqrt{(a + x)^2 + h_a^2}$ $f = \sqrt{(a - x)^2 - b^2}$ $x = \sqrt{b^2 - h^2}$
Deltoid 	$A = \frac{ef}{2}$ $U = 2(a + b)$	
Raute 	$A = \frac{ef}{2}$ $U = 4a$	
Trapez 	$A = \frac{a + c}{2} * h$ $U = a + b + c + d$	$e = \sqrt{(a - x)^2 + h^2}$ $f = \sqrt{(a - y)^2 + h^2}$ $x = \sqrt{c^2 - h^2}$ $y = \sqrt{d^2 - h^2}$

runde Flächen	Fläche & Umfang
Kreis 	$A = r^2\pi = \frac{d^2\pi}{4}$ $U = 2r\pi = d\pi$
Kreissektor 	$A = \frac{r^2\pi}{360}\alpha$ $b = \frac{2\pi}{360}\alpha$
Viertelkreis 	$A = \frac{r^2\pi}{4}$ $b = \frac{2\pi}{4}$
Kreissegment 	$A = \frac{r^2\pi}{360}\alpha - \frac{1}{2}r^2\sin\alpha$ $b = \frac{2\pi}{360}\alpha$

10 Oberfläche und Rauminhalt von einfachen Figuren

	Volumen & Oberfläche	
Würfel 	$V = a^3$ $O = 6a^2$	
Quader 	$V = a^2h$ $O = 4ah + a^2$	
Prisma mit beliebiger Grundfläche 	$V = Ah$ $O = Uh + 2A$ U…Umfang Grundfläche Grundfläche = Deckfläche	
Pyramide 	$V = Gh$ $O = a^2 + 2ah_a$ $h_a = \sqrt{h^2 - (\frac{a}{2})^2}$ G…Grundfläche	
Kegel 	$V = \frac{1}{3}r^2\pi$ $O = r^2\pi + s\pi r$	
Kugel 	$V = \frac{4}{3}r^3\pi$ $O = 4r^2\pi$	
Zylinder 	$V = r^2\pi h$ $O = 2r\pi h + r^2\pi$	

11 Grundlagen der Finanzmathematik

In der Finanzmathematik wird für die Modellbildung von Funktion zumeist eine lineare Funktion der Form

$$K(x) = K_v + K_f$$

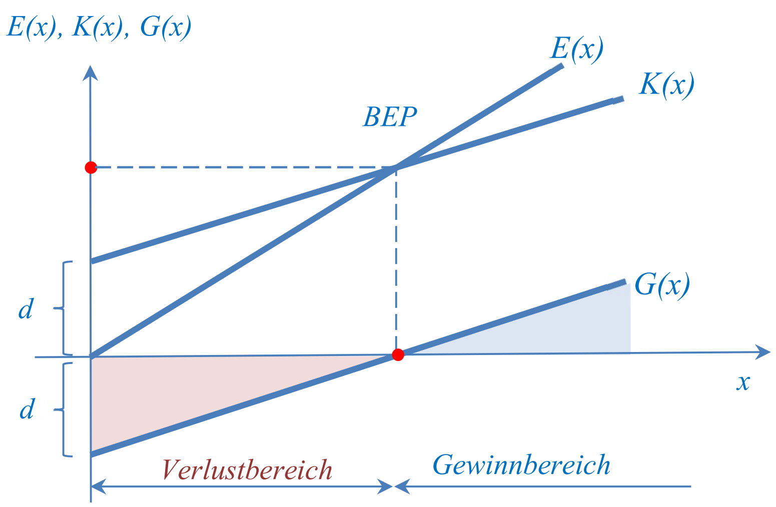
gewählt, die aus einem variablen Anteil K_v und einem fixen Anteil K_f besteht. Somit ist sie wie die Funktion $y = kx + d$ aufgebaut.

Es können aber durchaus quadratische Funktionen zur Modellierung herangezogen werden. Die Vorgehensweise bei der Berechnung der Prüfungsfragen bleibt aber ident wie unten angeführt.

	Kostenfunktion	Ertragsfunktion	Gewinnfunktion
Berechnung	$K(x) = K_v + K_f$ K_v …variable Kosten K_f …fixe Kosten	$E(x) = px$ p … Stückpreis	$G(x) = E(x) - K(x)$

Für Unternehmen sind die folgenden finanzmathematischen Kennwerte von größter Bedeutung.

	Gewinnschwelle	Break-Even-Point	
Berechnung	$G(x) = 0$	$E(x) = K(x)$	



12 Vektoren in der Ebene

Vektoren spielen in den Naturwissenschaften eine wichtige Rolle und werden z.B. zur Modellierung von Kräften verwendet.

	Formel	eingesetzt
Addition / Subtraktion / Multiplikation	$\vec{A}+\vec{B}=\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix}$ $\vec{A}-\vec{B}=\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix}$ $\vec{A}\cdot\vec{B}=\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix}$	$=\begin{bmatrix}A_x+B_x\\A_y+B_y\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}A_x-B_x\\A_y-B_y\end{bmatrix}$ $=A_x\cdot B_x+A_y\cdot B_y$
Skalar	$\vec{A}\cdot\lambda$ $\lambda\in\mathbb{R}$	$=\begin{bmatrix}\lambda\cdot A_x\\\lambda\cdot A_y\end{bmatrix}$
Betrag	$\lvert\overline{AB}\rvert=\vec{B}-\vec{A}=\begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}B_x-A_x\\B_y-A_y\end{bmatrix}=\sqrt{[B_x-A_x]^2+[B_y-A_y]^2}$
Normalvektor	$\overrightarrow{n_A}$ von $\vec{A}=\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}$	$=\begin{bmatrix}-A_y\\A_x\end{bmatrix}$ Rechtsdrehung ↻ $=\begin{bmatrix}A_y\\-A_x\end{bmatrix}$ Linksdrehung ↺
Einheitsvektor	$\overrightarrow{e_A}=\frac{1}{\overrightarrow{n_A}}\cdot\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}$	$=\begin{bmatrix}\frac{A_x}{\overrightarrow{n_A}}\\\frac{A_y}{\overrightarrow{n_A}}\end{bmatrix}$
Orthogonalitätskriterium	$\vec{A}\cdot\vec{B}=0$	$\begin{bmatrix}A_x\\A_y\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix}=A_x\cdot B_x+A_y\cdot B_y=0$
Winkel zwischen Vektoren	$\cos\alpha=\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\lvert\vec{A}\rvert\cdot\lvert\vec{B}\rvert}$	$=\frac{A_x\cdot B_x+A_y\cdot B_y}{\sqrt{[A_x^2+A_y^2]}\cdot\sqrt{[B_x^2+B_y^2]}}$
Flächen zwischen Vektoren	$F=\frac{1}{2}\cdot\lvert\vec{A}\rvert\cdot\lvert\vec{B}\rvert\cdot\sin\alpha$	$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{[A_x^2+A_y^2]}\cdot\sqrt{[B_x^2+B_y^2]}\cdot\sin\alpha$

Mittel-punkt Strecke	$M = \frac{A+B}{2}$	$M_x = \frac{A_x + B_x}{2}$ $M_y = \frac{A_y + B_y}{2}$
Schwer-punkt Dreieck	$S = \frac{A+B+C}{3}$	$S_x = \frac{A_x + B_x + C_x}{3}$ $S_y = \frac{A_y + B_y + C_y}{3}$

Damit es zu keinen Missverständnissen kommt, seien hier die geometrischen Bedeutungen bei Vektoroperationen erläutert.

	Geometrische Bedeutung
Vektoraddition	Durch Addition bleiben Richtungen der addierten Vektoren erhalten, Ergebnis ist wieder ein Vektor
Subtraktion	Richtungsänderung um 180°, Ergebnis ist wieder ein Vektor
Multiplikation (Skalarprodukt)	Ergebnis ist eine Zahl, nicht zu verwechseln mit Skalarmultiplikation
Skalarmultiplikation	Vektor wird mit einem Faktor gestreckt oder verkürzt, Ergebnis ist wieder ein Vektor
Betrag	Länge eines Vektors, Regel: Spitz minus Schaft
Normalvektor	Normalvektor bildet mit seinem Vektor einen rechten Winkel (90°)
Einheitsvektor	Länge des Vektors beträgt immer eins
Orthogonalitätskriterium	Vektoren stehen senkrecht aufeinander, ihr Skalarprodukt ergibt 0
Winkel zwischen Vektoren	einschließender Winkel zwischen Vektoren, Achtung auf die Bezeichnungen $\overline{AB} \neq \overline{BA}$, sonst wird der Komplementärwinkel berechnet
Flächen zwischen Vektoren	entspricht der aufgespannten Fläche zweier Vektoren
Mittelpunkt Strecke	halbiert eine Strecke, Ergebnis ist ein Punkt (x|y), kein Vektor
Schwerpunkt Dreieck	liefert den Schwerpunkt, Ergebnis ist ein Punkt (x|y), kein Vektor

Gefällt Ihnen das Skriptum?

Dann sollten Sie auf jeden Fall den folgenden Vorbereitungskurs zur Befähigungsprüfung besuchen:

Mathematik für Baumeister

Jetzt informieren unter www.statikklasse.at

Bei weiteren Fragen kontaktieren Sie uns unter office@statikklasse.at.

www.statikklasse.at